

ГЕОСТРОФИЧЕСКОЕ ПРИСПОСОБЛЕНИЕ С УЧЕТОМ ГИРОСКОПИЧЕСКИХ ВОЛН И ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ КОМПОНЕНТЫ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ ЗЕМЛИ

Резник Г.М.¹, Цыбанева Т.Б.¹

*¹Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, 117997, г. Москва,
Нахимовский пр., 36, 8(499)124-75-72, labreznik@ocean.ru; 8(499)124-86-10,
labreznik@ocean.ru*

Geostrophic adjustment is examined in barotropic and stably-neutrally stratified ocean models taking into account gyroscopic waves and the horizontal component of angular velocity of the Earth's rotation. It is shown that the motion is split into quasigeostrophic and wave components; joint dynamics of the components is studied.

ВВЕДЕНИЕ. Гироскопические волны (ГВ) существуют благодаря вращению [1]; учет ГВ требует отказа от традиционного и гидростатического приближений. До сих пор в работах по геострофическому приспособлению принимались в расчет только гравитационные волны [2, 3]; наша цель состоит в том, чтобы включить в анализ ГВ. В § 2 мы рассматриваем геострофическое приспособление в баротропном слое жидкости постоянной глубины, вращающемся с постоянной угловой скоростью Ω , не совпадающей с силой тяжести по направлению (рис.1). В § 3 обсуждается геострофическое приспособление в бароклинно-баротропном (ББК) океане, состоящем из стратифицированного верхнего слоя и однородного нижнего слоя. В такой модели ГВ сосуществуют с внутренними волнами (ВВ).

БАРОТРОПНАЯ МОДЕЛЬ [4]. Запишем уравнения движения для баротропного слоя воды (рис. 1)

$$\mathbf{u}_t + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} + 2\Omega \times \mathbf{u} = -\nabla p / \rho_0, \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1a,б)$$

Здесь $2\Omega = \mathbf{e}_y f_s + \mathbf{e}_z f$; $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ – орты вдоль соответствующих осей; $f = 2\Omega \sin \phi$ и $f_s = 2\Omega \cos \phi$ – удвоенные вертикальная и горизонтальная компоненты Ω , соответственно; остальные обозначения общеприняты. Поле скорости удовлетворяет условиям непротекания на дне и поверхности и начальным условиям:

$$w|_{z=0,-H} = 0, \quad (u, v, w)_{t=0} = (u_p, v_p, w_p)(x, y, z). \quad (2a,6)$$

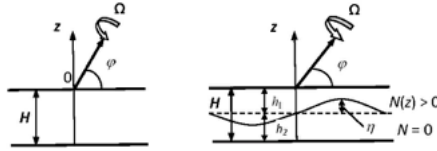


Рис. 1. Схематическое изображение слоя, вращающегося с угловой скоростью Ω . Слева: баротропная модель; справа: бароклинно-баротропная модель.

Волновые моды. Волновой спектр состоит из геострофической моды с нулевой частотой и ГВ. Геострофическая мода представляет собой вихрь Тейлора, ориентированный вдоль Ω ; ГВ – волновые решения вида $(k, l$ – волновые числа, k – модуль волнового числа, σ – частота) $w = W(z)\exp[i(kx+ly-\sigma t)]$. Дисперсионное соотношение $\sigma = \sigma(k, l, n)$ ГВ [4] состоит из суб- и супер-инерционных ветвей σ_n^{sub} и σ_n^{sup} ; n – номер вертикальной моды, равный числу нулей амплитуды W . В длинноволновом приближении $kH \ll 1$ и суб- и супер-инерционные частоты близки к инерционной частоте f , причем:

$$\sigma_n^{\text{sub}} \approx f - f_s |l|H / 2n\pi, \quad \sigma_n^{\text{sup}} \approx f + f_s |l|H / 2n\pi. \quad (3a,6)$$

«Нетрадиционные» (пропорциональные f_s) слагаемые в (4) приводят к меридиональному (вдоль оси y) дисперсионному расплыванию начального возмущения (подробности см. в [4]).

Нелинейная эволюция. При изучении нелинейной эволюции мы вводим горизонтальный масштаб L , масштаб горизонтальной скорости U и др., записываем задачу (1), (2) в безразмерном виде и полагаем число Россби $R_0 = U/fL$ и параметр $\delta = H/L$ малыми и равными друг другу, т.е. $R_0 = \delta \ll 1$. Все поля представляются в форме многомасштабных асимптотических разложений вида [4]:

$$u = u_0(x, y, z, t, T_1, \dots) + du_1 + \dots; \quad T_n = d_n t, \quad n = 1, 2, \dots \quad (4)$$

Решение нулевого порядка u_0 представляет собой сумму медленной квазигеострофической (КГ) компоненты \bar{u}_0, \dots , не зависящей от z , и быстрых агеострофических инерционных колебаний (ИК) \hat{u}_0, \dots , модулированных амплитудой, зависящей от координат и медленного времени:

$$\bar{\psi}_0 = \bar{\psi}_0(x, y, T_1, \dots), \quad \bar{u}_0 = -\bar{\psi}_{0y}, \quad \bar{v}_0 = \bar{\psi}_{0x}; \quad (5)$$

$$\hat{u}_0 + i\hat{v}_0 = A_0 e^{-it} w_0 = -0.5e^{-it} \int_{-1}^z (\partial_x - i\partial_x) A_0 dz + \text{с.с.} \int_{-1}^0 A_0 dz = 0 \quad (6)$$

Медленная эволюция описывается уравнениями [4] ($q = f_s / f$)

$$\bar{\Delta} \bar{\psi}_{0T_1} + \mathbf{J}(\bar{\psi}_0, \bar{\Delta} \bar{\psi}_0) = 0, \quad \bar{\Delta} = \partial_x^2 + \partial_y^2, \quad (7a, б)$$

$$A_{0T_1} + \mathbf{J}(\bar{\psi}_0, A_0) + \frac{i}{2} \bar{\Delta} \bar{\psi}_0 A_0 + iq \left(\int_{-1}^z A_0 dz + \int_{-1}^0 z A_0 dz \right)_y = 0. \quad (7в)$$

Уравнение (7а) выражает сохранение потенциального КГ вихря $\bar{\zeta}_0 = \bar{\Delta} \bar{\psi}_0$ и показывает, что медленная КГ компонента на этих временах не зависит от быстрых ИК. Эволюция же ИК в силу (7в) зависит от КГ функции тока $\bar{\psi}_0$. При $q = 0$ имеем $|A_0|_{T_1} + \mathbf{J}(\bar{\psi}_0, |A_0|) = 0$, т.е. ИК захвачены в области первоначального возмущения. При $q \neq 0$ «нетрадиционный» член в (7в) приводит к эффективному излучению ИК, создавая тенденцию к их меридиональному распространению. На временах $\sim 1/\delta$ быстрая и медленная компоненты сохраняют свои энергии, однако на больших временах $\sim 1/\delta^2$ справедливо «уточненное» КГ уравнение [4]

$$\bar{\zeta}_T + \mathbf{J}(\bar{\psi}, \bar{\zeta}) + \delta[\mathbf{G}(\bar{\psi}, A) + q\mathbf{H}(A)] = 0, \quad (8)$$

где $\mathbf{G}(\bar{\psi}, A)$, $\mathbf{H}(A)$ – функционалы [4]; индексы опущены.

Зависимость от времени энергии КГ компоненты дается уравнением:

$$\partial_T \bar{E} = \delta q \int \bar{\psi} \mathbf{H}(A) dx dy, \quad \bar{E} = 0.5 \int (\nabla \bar{\psi})^2 dx dy, \quad (9)$$

откуда следует, что при $q \neq 0$ возможен эффективный обмен энергией между КГ компонентой и ИК.

БАРОКЛИННО-БАРОТРОПНАЯ МОДЕЛЬ [5]. В этом случае уравнения значительно усложняются и могут быть найдены в [5]. Здесь представлены только основные результаты.

Волновые моды. Волновой спектр здесь довольно сложен и подробно изучен в [6]. Для геофизических приложений интересна ситуация, когда характерный горизонтальный масштаб L лежит в диапазоне $H \ll L \leq L_R$, L_R – бароклинный масштаб Россби. В этом случае в спектре волн доминируют ГВ и ВВ, причем ГВ близки к ИК и сосредото-

точены в нижнем слое, а ВВ осциллируют в верхнем слое и линейно зависят от z в нижнем, будучи при этом сильно дисперсивными.

Нелинейная эволюция. Аналогично баротропному случаю, уравнения приводятся к безразмерному виду и решаются в длинноволновом приближении с помощью разложений вида (4). В нулевом приближении решение является суммой медленной КГ и быстрой волновой компонент. Эволюция КГ компоненты описывается двумя уравнениями сохранения КГ потенциального вихря. Волновая компонента является суперпозицией дисперсивных ВВ и ИК. ИК сосредоточены в нижнем слое и описываются формулами (6). В бароклинном слое ИК существовать не могут [5], поэтому здесь у границы раздела между слоями на больших временах возникает нестационарный пограничный слой, экранирующий верхний слой от проникновения ИК из нижнего. С ростом времени толщина погранслоя уменьшается, а вертикальные градиенты горизонтальных скоростей растут, что может приводить здесь к интенсивному перемешиванию и неустойчивости. В процессе геострофического приспособления ВВ постепенно затухают из-за дисперсии; «результатирующее» движение представляет собой суперпозицию медленно меняющегося КГ поля, с ИК, сосредоточенными в нижнем слое и экранирующим погранслоем у границы раздела между слоями.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 14-05-00070.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ле Блон П., Майсек Л. Волны в океане. Т. 1. М.: Мир, 1981. 480 с.
2. Reznik, G.M., Zeitlin, V., Ben Jelloul, M. J. Nonlinear theory of geostrophic adjustment. Part 1. Rotating shallow-water model // J. Fluid Mech. 2001. V. 445. P. 93-120.
3. Zeitlin, V., Reznik, G.M. & Ben Jelloul, M. Nonlinear theory of geostrophic adjustment. Part 2. Two-layer and continuously stratified primitive equations. J. Fluid Mech. V. 491. P. 207-228.
4. Reznik, G.M. Geostrophic adjustment with gyroscopic waves: barotropic fluid without traditional approximation. J. Fluid Mech. 2014. V. 743. P. 585-605.
5. Reznik, G.M. Geostrophic adjustment with gyroscopic waves: stably-neutrally stratified fluid without the traditional approximation. J. Fluid Mech. 2014. V. 747. P. 605-634.
6. Reznik, G.M. Linear dynamics of a stably-neutrally stratified ocean. J. Mar. Res. 2013. V. 71. № 4. P. 253-288. УДК 551.551.8