

## ВОЗМУЩЕНИЕ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ПО ПЛОТНОСТИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ДВИЖЕНИЕМ ТЕЛА В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ НАПРАВЛЕНИИ

Матюшин П.В.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Институт Автоматизации Проектирования РАН, 123056, г. Москва, ул. 2-я Брестская, 19/18, 8(499)250-02-62, [pmatyushin@mail.ru](mailto:pmatyushin@mail.ru)*

Paper presents the results of the mathematical modeling and 3D visualization of the 3D stratified in the density viscous fluid flows, induced by the motion of a sphere or a disk in the horizontal direction, obtained by the author of this paper over the past 10 years. Formation and classification of the flow regimes are also considered.

В докладе приводятся результаты математического моделирования и визуализации пространственных течений (рис. 1) стратифицированной по плотности несжимаемой вязкой жидкости, индуцированных движением тела с характерным вертикальным размером  $d$  в горизонтальном направлении с постоянной скоростью  $U$ , полученные автором доклада на протяжении последних 10 лет. В качестве тел используются сферы и цилиндры (с осью симметрии как параллельной, так и перпендикулярной линии движения центра тела). Расчеты проводились на суперкомпьютерах МСЦ РАН.

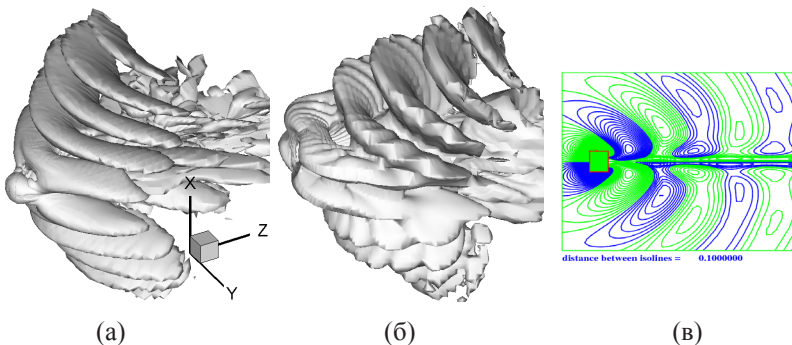


Рис. 1. Структура внутренних волн при  $Fr = 0.5$ : а) за сферой ( $Re = 100$ ,  $\Delta C_d = 0.738$ , изоповерхность  $\beta = 0.02$ ); б-в) за диском толщиной  $h = 0.76 \cdot d$  ( $Re = 50$ ,  $\Delta C_d = 0.726$ ): б)  $\beta = 0.01$ , в) изолинии возм. сол.  $S$  с шагом  $10^{-5}$ .

Безразмерная плотность  $\rho = 1 - x/(2A) + S$ , где  $x$  – вертикальная координата декартовой системы координат  $(x, y, z)$ , связанной с телом и обезразмеренной на  $d/2$ ,  $S$  – обезразмеренное возмущение солёности,  $A = \Lambda/d$  – отношение масштабов,  $\Lambda = g/N^2$ ,  $N$ ,  $T_b = 2 \cdot \pi/N$  – масштаб, частота и период плавучести,  $g$  – ускорение свободного падения.

Для математического моделирования течений жидкости решается обезразмеренная система уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска (1-3) при помощи метода расщепления по физическим факторам МЕРАНЖ с явной гибридной конечно-разностной схемой для аппроксимации конвективных членов уравнений (1-2) (второй порядок аппроксимации, монотонность) [1].

$$\frac{\partial S}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)S = \frac{2}{Sc \text{ Re}} \nabla^2 S + \frac{v_x}{2A}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v} = -\nabla p + \frac{2}{\text{Re}} \Delta \vec{v} + \frac{A}{2 \text{Fr}^2} S \frac{\vec{g}}{g}, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0, \quad (3)$$

Где  $v = (v_x, v_y, v_z)$  – скорость,  $p$  – давление за вычетом гидростатического,  $\text{Re} = U \cdot d/\nu$  – число Рейнольдса, где  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости,  $\text{Sc} = \nu/k_s$  – число Шмидта ( $\text{Sc} = 709.22$ ),  $k_s$  – коэффициент диффузии соли,  $\text{Fr} = U/(N \cdot d)$  – внутреннее число Фруда.

22 года назад передо мной встала задача «увидеть» рассчитанное пространственное течение жидкости. Благодаря регулярному выходу в интернет начиная с 1998 г., для визуализации пространственной вихревой структуры течения с 1999 г. я стал строить изоповерхности отрицательного второго собственного значения  $\lambda_2$  тензора, состоящего из суммы квадратов симметричной и антисимметричной частей тензора градиента скорости  $\mathbf{G}$  [2], а с 2001 г. – изоповерхности мнимой части  $\beta$  собственных значений  $\mathbf{G}$  [3], т.к.  $\beta$ -визуализация имеет ясный физический смысл. Если в некоторой точке пространства  $\beta > 0$ , то угловая скорость вращения жидкости вокруг этой точки в декартовой системе координат с началом в этой точке и движущейся со скоростью этой точки равна  $\beta$ . Хорошая работоспособность  $\beta$ -визуализации показана в работах [4-8].

Известно, что силы плавучести (последнее слагаемое в правой части уравнения (2)) определяют существование внутренних волн длиной  $\lambda = 2\pi \cdot Fr \cdot d$ . При  $Fr > 10$   $\lambda$  много больше  $d$  и амплитуда внутренних волн очень мала, поэтому работают только конвективные и вязкие слагаемые в (2) и наблюдается только след за телом, характер которого зависит только от  $Re$ . При уменьшении  $Fr$  с 10 до нуля длина внутренних волн уменьшается и влияние их на след уже ощутимо [4, 7-8]. Более того, в течение каждого  $T_b$  у места импульсного старта тела формируется новая внутренняя волна, т.е. весь путь прохождения тела заполняется вихревыми структурами внутренних волн [4, 8] (рис. 1). Во всем течении появляются горизонтальная и вертикальная плоскости симметрии, проходящие через центр тела (рис. 1-3).

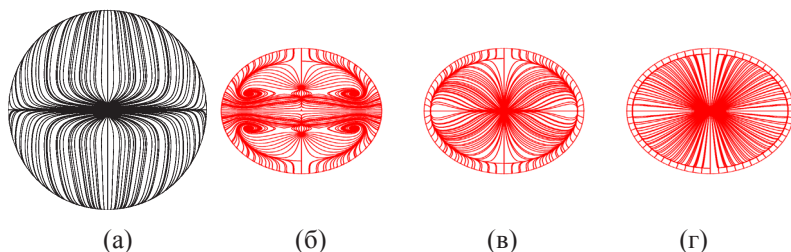


Рис. 2. Линии трения на поверхности тыльной части тела: а) сфера,  $Re = 100$ ,  $Fr = 0.5$ ; б-г) диск,  $Re = 50$ ,  $Fr = 0.5, 1, 2$ .

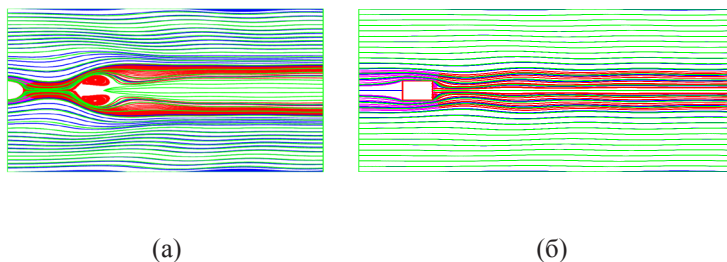


Рис. 3. Линии тока в вертикальной плоскости при  $Fr = 0.5$ : а) сфера,  $Re = 100$ ; б) диск,  $Re = 50$ .

На рис. 1-3 при  $Fr = 0.5$  сравниваются течения около сферы (при  $Re = 100$ ) и диска толщиной  $h = 0.76 \cdot d$ , ось симметрии которого горизонтальна (при  $Re = 50$ ). Более того, на рис. 2 в-г приводятся линии трения

(предельные линии тока) на тыльной стороне диска при  $Fr = 1, 2$ . При  $Fr > 10$  линия первичного отрыва набегающего на сферу течения выглядит примерно так же как на рис. 2г. При уменьшении  $Fr$  с 10 до 0.6 линия первичного отрыва приближается к горизонтальной оси  $z$ , превращаясь при  $0.4 \leq Fr \leq 0.6$  в точку (рис. 2а) [7-9]. В случае диска тако-го не происходит, и диаметр линии первичного отрыва лишь немного уменьшается (рис. 2 б-г), но сама рециркуляционная зона следа здесь тоже разрушается (рис. 3б) [4].

На рис. 1в приведены изолинии возмущения солёности  $S$  в вертикальной плоскости. Более темные изолинии (впадины) соответствуют  $S < 0$ , а более светлые (гребни) –  $S \geq 0$ . Двум гребням и двум впадинам в верхней половине рис. 1в, соответствуют четыре аркообразные вихревые структуры в верхней полуплоскости на рис. 1б, т.е. одна внутренняя волна состоит из двух аркообразных вихревых структур [4]. Инкременты сопротивления  $\Delta C_d(Fr) = C_d(Fr) - C_d(\infty)$  для сферы и диска на рис. 1 примерно равны.

Классификации режимов течений стратифицированной вязкой жидкости около сферы и диска (при умеренных  $Re$ ) можно найти в [7-9] и в [4], соответственно.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Белоцерковский О. М., Гуцин В. А., Коньшин В. Н. Метод расщепления для исследования течений стратифицированной жидкости со свободной поверхностью // ЖВМ и МФ. 1987. Т. 27. № 4. С. 594-609.
2. Jeong J., Hussain F. On the identification of a vortex // J. Fluid Mech. 1995. V. 285. P. 69-94.
3. Chong M.S., Perry A.E., Cantwell B.J. A general classification of three-dimensional flow field // Phys. Fluids. 1990. V. A 2. P. 765-777.
4. Матюшин П.В. Эволюция течения стратифицированной вязкой жидкости при начале движения тела // Научный журнал «Процессы в геосредах». 2016. № 4 (9). С. 333-343.
5. Матюшин П.В. Численное моделирование пространственных отрывных течений однородной несжимаемой вязкой жидкости около сферы: Дис. ... соиск. ученой степени канд. физ.-мат. наук. М., 2003. 194 с.
6. Гуцин В.А., Матюшин П.В. Механизмы формирования вихрей в следе за сферой при  $200 < Re < 380$  // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2006. № 5. С. 135-151.
7. Гуцин В.А., Матюшин П.В. Математическое моделирование и визуализация трансформации вихревой структуры течения около сферы при увеличении степени стратификации жидкости, ЖВМ и МФ. 2011. Т. 51. № 2. С. 268-281.
8. Гуцин В.А., Матюшин П.В. Моделирование и исследование течений стратифицированной жидкости около тел конечных размеров // ЖВМ и МФ. 2016. Т. 56. № 6. С. 1049-63.
9. Lin Q., Lindberg W.R., Boyer D.L., Fernando H.J.S. Stratified flow past a sphere // J. Fluid Mech. 1992. V. 240. P. 315-354 .