

О КИНЕТИЧЕСКИХ И СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДАХ ТЕОРИИ ТУРБУЛЕНТНОЙ КОНВЕКЦИИ

Вульфсон А.Н.^{1,2}, Бородин О.О.¹

*¹Институт проблем нефти и газа РАН,
117701, г. Москва, ГСП 1, ул. Губкина д.3. Тел.: +7 (499) 135 7371*

*²Национальный исследовательский университет
Высшая школа экономики 101000, г. Москва, ул. Мясницкая, д. 20. Тел +7 (495)
771-32-32, vulfson@ipng.ru; borodin@ipng.ru*

Kinetic and statistical models of an ensemble of convective thermals are proposed. It is shown, that the stationary solution of the kinetic Fokker-Planck equation and extreme values of the functionalities of entropy and free energy are identical to the Maxwell distribution and approximately consistent with the empirical distributions in the turbulent atmospheric convective layer.

В атмосфере развитие проникающей турбулентной конвекции происходит над нагретой горизонтально-однородной подстилающей поверхностью суши или океана. Более теплые атмосферные термики представляют собой изолированные плавучие вихри, всплывающие в сравнительно неподвижном окружении. Стохастический ансамбль термик формирует тонкую структуру конвективного пограничного слоя атмосферы.

Характерные размеры атмосферных термик изменяются от нескольких десятых до нескольких десятков метров. Характерные значения скорости и положительные пульсации температуры атмосферных термик имеют порядок 0.5 м/с и 0.3°C соответственно.

Измерения с помощью датчиков температуры, влажности и вертикальной скорости, установленных на борту самолетов-лабораторий и метеобашнях, выделяют систему термик из сравнительно неподвижного окружения. Стохастический ансамбль термик достаточно хорошо идентифицируются лидарами [1] и доплеровскими радаром [2].

Системы термик возникают и в пограничном слое океана, при резком охлаждении его поверхности. Однако при этом хаотическое движение термик носит нисходящий характер [3].

Наглядные представления о системе термик можно получить на основе лабораторного моделирования, выполненного при высоких чис-

лах Рэлея. Результаты экспериментов [4], представленные на рис. 1, отчетливо демонстрируют хаотический характер движения термиков.



Рис. 1. Ансамбль термиков в форме тяжелых солевых пальцев, опускающихся в водяном слое, согласно [4].

Хаотическое вертикальное движение термиков предполагает их вероятностное описание. Пусть \hat{w} – случайная величина, соответствующая средней вертикальной скорости термика ансамбля; $f = f(\hat{w}, t)$ – плотность вероятности распределения термиков по скоростям. Для определения равновесной функции распределения $f_\infty = f_\infty(\hat{w})$ возможно использование как кинетического, так и статистического методов.

В рамках кинетического подхода [5] для построения равновесной функции распределения системы конвективных вихрей использовано уравнение Фоккера-Планка

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial t} f_w = \frac{\partial}{\partial \hat{w}} \left[\gamma(\hat{w}) \hat{w} f_w + D_E(\hat{w}) \frac{\partial}{\partial \hat{w}} f_w \right] \\ \gamma(\hat{w}) = \frac{1}{4} c_D \frac{\hat{w}}{\hat{R}_a}, \quad D_E(\hat{w}) = \gamma(\hat{w}) (\overline{w^2}) \end{array} \right. \quad (1)$$

Здесь $\gamma(\hat{w})$ – коэффициент подвижности, линейно зависящий от скорости \hat{w} , размерность которого $[\gamma] = \text{сек}^{-1}$. Соответственно $D_E(\hat{w})$ – коэффициент диффузии Эйнштейна, размерность которого $[D_E] = \text{м}^2 \text{с}^{-3}$. Постоянные \hat{R}_a , c_D , $\overline{w^2}$ – соответствуют радиусу термика, коэффициенту вихревого сопротивления и второму турбулентному моменту вертикальной скорости в конвективном подслое перемешивания.

Стационарное решение уравнения Фоккера-Планка (1) допускает решение в форме обобщённого распределения Максвелла,

$$f_w^\infty(\hat{w})d\hat{w} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\overline{w^2}\right)^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{\hat{w}^2}{\overline{w^2}}\right] d\hat{w}, \quad 0 \leq \hat{w} < \infty \quad (2)$$

наблюдаемого в натуральных экспериментах, (см. рис. 2).

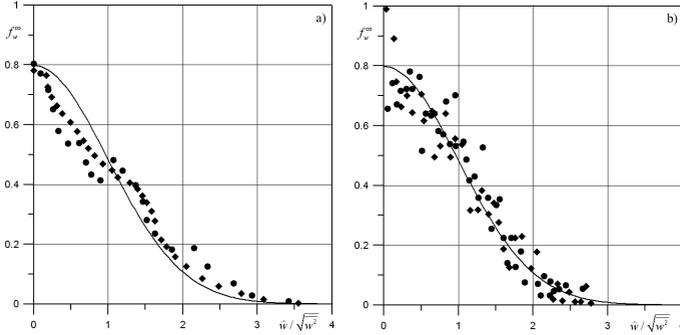


Рис. 2. Эмпирическая плотность вероятности распределения вертикальной скорости согласно экспериментальным данным [6] – (а). Черные точки и черные ромбы соответствуют самолетным измерениям вдоль горизонтальных прямых на высоте 100 м в направлениях, параллельном и перпендикулярном направлению ветра. Обобщенное распределение Максвелла (2) изображено непрерывной кривой. Эмпирическая плотность вероятности распределения вертикальной скорости согласно экспериментальным данным [7] – (б). Черные точки и черные ромбы соответствуют пересчитанным баллонным измерениям вдоль ветра на уровнях $z/h = 0.42$ и $z/h = 0.55$ соответственно. Обобщенное распределение Максвелла (2) изображено непрерывной кривой.

Очевидно, что ансамбль конвективных термиков можно характеризовать энтропией Больцмана-Джейниса S и свободной энергией F , где

$$S(f_w) = - \int_0^{\infty} f_w(\hat{w}) \ln f_w(\hat{w}) d\hat{w} \quad (3)$$

$$F(f_w) = U(f_w) - \overline{w^2} S(f_w) = \int_0^{+\infty} \frac{1}{2} \hat{w}^2 f_w d\hat{w} + \overline{w^2} \int_0^{+\infty} f_w \ln f_w d\hat{w} \quad (4)$$

В рамках статистического подхода [8] для построения равновесной функции распределения (2) используются вариационные принципы Планка-Джейниса и Гиббса-Джейниса. Вычисление максимума функционала энтропии (3) и минимума функционала свободной энергии (4) приводит к равновесному распределению Максвелла (2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Baars H., Ansmann A., Engelmann R., Althausen D. Continuous monitoring of the boundary-layer top with lidar // *Atmos. Chem. Phys.* 2008. V. 8. P. 7281–7296.
2. Yang Q., Geerts B. Coherent Plumes Detected by an Airborne Radar Horizontal Convective Rolls in Cold Air over Water: Buoyancy Characteristics of Coherent Plumes Detected by an Airborne Radar // *Month Weath. Rev.* 2006. V. 134. N. 9. P. 2373–2396.
3. Foster T.D. The hierarchy of convection // *Colloques Internationaux du CNRS. Processus de Formation Des Eaux Oceaniques Profondes.* 1974. N.215. P. 235–241.
4. Huppert H.E., Turner J.S. Double-diffusive convection // *J. Fluid Mech.* 1981. V.106. P. 299–329.
5. Вульфсон А.Н., Бородин О.О. Ансамбль конвективных термиков как обобщённый ансамбль броуновских частиц // *Успехи физических наук.* 2016. Т. 186. № 2. С. 113–124.
6. Lenschow D.H. Airplane measurement of planetary boundary layer structure // *J. Appl. Meteor.* 1970. V. 9. N. 6. P. 874–884.
7. Caughey S.J., Kitchen M., Leighton J.R. Turbulence Structure in Convective Boundary Layers and Implications for Diffusion // *Boundary-Layer Meteor.* 1983. V. 25. N. 4. P. 345–352.
8. Вульфсон А.Н., Бородин О.О. Вариационный метод Больцмана-Джейниса и распределение термиков по температурам в турбулентном приземном конвективном слое атмосферы // *Изв. РАН Физика атмосферы и океана.* 2012. Т. 48. N. 6. С. 674–681.