

## ОБОБЩЕННЫЙ СПЕКТР ФИЛЛИПСА И ДИССИПАЦИЯ ПОЛЯ ВЕТРОВЫХ ВОЛН

Бадулин С. И.<sup>1</sup>, Захаров В. Е.<sup>1-4</sup>

<sup>1</sup> *Институт океанологии им. П.П. Шириова РАН, 117997 г. Москва, Нахимовский пр. 36, тел.: +7 4991247565; e-mail: badulin.si@ocean.ru;*

<sup>2</sup> *Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, 119991 ГСП-1 г. Москва, Ленинский проспект, д. 53, тел: +7 4991354264;*

<sup>3</sup> *Новосибирский государственный университет, 630090, г. Новосибирск, ул. Пирогова, д. 2, тел: +7 3833634000;*

<sup>4</sup> *Department of Mathematics, The University of Arizona, 617 N. Santa Rita Ave. P.O. Box 210089 Tucson, AZ 85721-0089, tel: +15206216892, zakharov@math.arizona.edu*

A generalization of the kinetic equation [1] is used for explaining observed shapes of wind wave spectra as a result of competition of nonlinear transfer and wave dissipation due to breaking. The transition from the Kolmogorov-Zakharov spectrum  $E(\omega) \sim \omega^{-4}$  to the classic Phillips' one  $E(\omega) \sim \omega^{-5}$  is demonstrated.

Современные статистические модели ветрового волнения описывают состояние морской поверхности в терминах спектральных распределений как результат конкуренции ветровой накачки, волновой диссипации и нелинейного переноса. В то время как последний механизм описывается в рамках последовательной асимптотической теории слабонелинейных поверхностных волн, для описания накачки и диссипации широко используются полуэмпирические модели. Проблема корректности этих полуэмпирических моделей как в контексте прогноза волнения так и с точки зрения соответствия физическим принципам стоит достаточно остро [1]. В 1958 году М.О. Филлипс предложил физическую модель [2], объясняющую наблюдаемое поведение спектров достаточно коротких волн  $E(\omega) \sim \omega^{-5}$ , как результат насыщения уровня энергии волн, приводящего к образованию особенностей их профилей с последующим обрушением. Позднее Филлипс пересмотрел эту существенно нелинейную модель в пользу балансовой модели [3], в которой одинаково важны все три составляющие, определяющие баланс волновых спектров, и дающие более медленный закон спада спектра  $E(\omega) \sim \omega^{-4}$ . Между тем, спектр  $E(\omega) \sim \omega^{-4}$  является фундаментальным стационарным реше-

нием кинетического уравнения (т.н. спектр Колмогорова-Захарова для прямого каскада энергии) для волн на воде [4] в отсутствие накачки и диссипации и может быть реализован в некотором интервале волновых масштабов, где эффекты накачки и диссипации достаточно малы.

В настоящей работе рассматривается модель баланса нелинейного переноса и существенно нелинейной волновой диссипации, приводящая к классическому спектру Филлипса  $E(\omega) \sim \omega^{-5}$ . Будучи асимптотической слабонелинейной, эта модель формально справедлива при бесконечно больших временах во всем диапазоне масштабов волн и может трактоваться как частный случай обобщенных спектров Филлипса [5]. В рамках этого подхода может быть предложена теоретическая модель волновой диссипации, связанной со спектральным потоком. Основное уравнение для изотропного случая записывается в простой форме [6]

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial \omega} - \Psi \left( P \omega^3 / g^2 \right) \frac{P}{\omega}, \quad (1)$$

где  $E = E(\omega)$  – спектральная плотность волновой энергии,  $P = P(\omega)$  – спектральный поток,  $\Psi$  – произвольная функция безразмерного аргумента. Используя однородность члена нелинейного переноса, а значит и спектрального потока  $P$ , можно найти стационарные решения (1) в явном виде. На левом рис.1 показано поведение функции  $\Psi$ , нелинейного безразмерного декремента диссипации как функции безразмерной частоты

$$\Omega = \left( \alpha / 3 \right)^{1/3} \left( P_0 \omega^3 / g^2 \right)^{1/3}, \quad (2)$$

( $P_0$  – спектральный поток энергии при  $\omega \rightarrow 0$ ) для семейства степенных зависимостей

$$\Psi = \alpha \left( P \omega^3 / g^2 \right)^R. \quad (3)$$

Подчеркнем, что стационарное решение неединственно. Одно из возможных решений отвечает постоянной  $\Psi = 3$  и дает классический спектр Филлипса  $E(\omega) \sim \omega^{-5}$  (см. правый рис.1) во всем диапазоне  $\Omega$ . Другое стационарное решение описывает переход от спектра Колмогорова-Захарова [4]  $E(\omega) \sim \omega^{-4}$  к классическому спектру Филлипса  $E(\omega) \sim \omega^{-5}$  при конечном значении частоты.

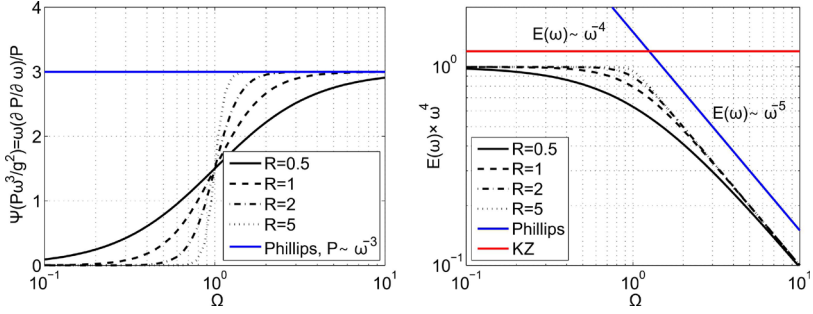


Рис.1. Слева – функция диссипации в модели (1); справа – стационарные решения модели (1), описывающие переход от спектра Колмогорова-Захарова  $E \sim \omega^{-4}$  к спектру Филлипса  $E \sim \omega^{-5}$ .

Масштабное численное исследование эволюции морской зыби с функцией диссипации вида (2) показало, что решения, близкие к классическому спектру Филлипса могут реализовываться в случае нестационарной эволюции начальных анизотропных спектральных распределений.

Адекватность предложенной модели имеющимся экспериментальным фактам [7] определяется условием наблюдаемости перехода между спектром Колмогорова-Захарова и спектром Филлипса  $\Omega = 1$ . Это условие позволяет получить простую, но очень важную оценку коэффициента  $\alpha$  в выражении для функции диссипации (3), используя известные эмпирические параметризации волновых спектров в терминах скорости ветра и соответствующего безразмерного параметра возраста волнения  $g/(\omega U_{10})$ . Получим

$$\alpha_{crit} = 3 \left( \frac{\beta}{2C_p} \frac{\omega U_{10}}{g} \right)^{-R}, \quad (4)$$

где  $\beta \approx 0.002$  – безразмерный эмпирический параметр в выражении для спектра [7],  $C_p \approx 0.2$  – константа Колмогорова для прямого каскада

$$E(\omega) = \beta g U_{10} \omega^{-4}. \quad (5)$$

Из (5) видно, что при уменьшении диссипации переход от спектра Колмогорова-Захарова (КЗ) к спектру Филлипса смещается в высокие частоты. Имеющиеся экспериментальные факты [8] показывают при-

существование обоих режимов (КЗ и Филлиппса) в спектрах ветрового волнения и могут быть использованы для оценки величины диссипации на основе предлагаемой теории.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Cavaleri, L., Alves, J.-H. G. M., Ardhuin, F., Babanin, A., Banner, M., Belibassakis, K., Benoit, M., Donelan, M., Groeneweg, J., Herbers, T. H. C., Hwang, P., Janssen, P. A. E. M., Janssen, T., Lavrenov, I. V., Magne, R., Monbaliu, J., Onorato, M., Polnikov, V., Resio, D., Rogers, W. E., Sheremet, A., Smith, J. McKee, Tolman, H. L., van Vledder, G., Wolf, J., Young, I. Wave modelling – the state of the art. *Progr. Ocean.*, 2007, v.75, 603–674.
2. Phillips, O.M. The equilibrium range in the spectrum of wind-generated waves // *J. Fluid Mech.* 1958, v.4, 426–434.
3. Phillips, O. M. Spectral and statistical properties of the equilibrium range in wind-generated gravity waves // *J. Fluid Mech.* 1985, v.156, 505–531.
4. Zakharov, V. E., Lvov, V. S., Falkovich, G. Kolmogorov spectra of turbulence. Part I. Springer, Berlin, 1992.
5. Newell, A. C., Zakharov, V. E. The role of the generalized Phillips' spectrum in wave turbulence // *Phys. Lett.* 2008, A 372, 4230–4233.
6. Zakharov V.E., Badulin S.I. The generalized Phillips' spectra and new dissipation function for wind-driven seas. arXiv:1212.0963v2 [physics.ao-ph], 2015.
7. Китайгородский С.А. Некоторые приложения теории подобия при анализе ветрового волнения как вероятностного процесса // *Известия АН СССР. Серия геофизическая*, 1962, №1, 105–117.
8. Liu, P. C. On the slope of the equilibrium range in the frequency spectrum of wind waves // *J. Geophys. Res.* 1978, v.94 (C4), 5017–5023.